

<b>3.0/2.0 VU Formale Modellierung</b>			
185.A06		1. Test SS 2024	3. Mai 2024
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe <b>A</b>

**Aufgabe 1 (2 Punkte)** Sei  $\mathcal{M}$  die kleinste Menge mit folgenden Eigenschaften:

(m1)  $\{+, -, *\} \subseteq \mathcal{M}$

(m2) Wenn  $x \in \mathcal{M}$ , dann auch  $[xx] \in \mathcal{M}$ .

(m3) Wenn  $x, y \in \mathcal{M}$ , dann auch  $x(y) \in \mathcal{M}$ .

Zeigen Sie, dass die Zeichenkette  $[+(-)+(-)](-)(*)$  in der Menge  $\mathcal{M}$  liegt. Geben Sie an, welche Eigenschaft der Menge Sie in jedem Schritt verwenden.

**Aufgabe 2 (4 Punkte)** Zeigen Sie mit Hilfe algebraischer Umformungen, dass die beiden aussagenlogischen Formeln

$$(\neg A \wedge (B \neq C)) \vee (A \uparrow B) \quad \text{und} \quad (A \wedge B) \supset (A \neq B)$$

äquivalent sind. Geben Sie die Zwischenschritte an, wobei dasselbe algebraische Gesetz in einem Schritt mehrfach angewendet werden kann.

**Aufgabe 3 (8 Punkte)** Fünf Eichhörnchen namens A-, B-, C-, D- und E-Hörnchen bereiten sich auf den Winter vor und verstecken Nüsse in einer Höhle. Als der Winter kommt und sie die Vorräte essen wollen, finden sie nur noch die Schalen der Nüsse. Sofort entbrennt eine hitzige Diskussion.

*A-Hörnchen:* „E-Hörnchen war bestimmt beteiligt, es hat in letzter Zeit zugenommen!“

*E-Hörnchen:* „Ja, ich habe von den Nüssen gegessen, aber ich war nicht alleine!“

*C-Hörnchen:* „A- oder B-Hörnchen waren beteiligt, aber sicher nicht beide!“

*A-Hörnchen:* „B- oder C-Hörnchen waren nur dann beteiligt, wenn D-Hörnchen nicht dabei war!“

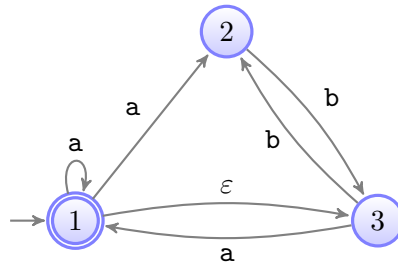
*B-Hörnchen:* „A- oder C-Hörnchen waren sicher beteiligt, vielleicht sogar beide!“

*D-Hörnchen:* „Also wenn A-Hörnchen beteiligt war, dann sicher auch B- und E-Hörnchen!“

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

b) Auf wen fällt der Verdacht, wenn alle Aussagen zutreffen? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

**Aufgabe 4 (8 Punkte)** Sei  $\mathcal{A}$  der folgende endliche Automat.  $\varepsilon$  bezeichnet das Leerwort.



a) Geben Sie für jedes Wort über dem Alphabet  $\{a, b\}$  mit **höchstens drei Symbolen** an, ob es in der Sprache von  $\mathcal{A}$  liegt. Tragen Sie die Lösung in die Tabelle ein.

Wortlänge	Wörter in der Sprache	Wörter nicht in der Sprache
0		
1		
2		
3		

b) Konstruieren Sie einen deterministischen endlichen Automaten, der zu  $\mathcal{A}$  äquivalent ist. Verwenden Sie dafür das in der Vorlesung besprochene Verfahren. Geben Sie den Start- und die Endzustände an.

$\delta^*$	a	b
1		
2		
3		

$\hat{\delta}$	a	b

Startzustand:

Endzustände:

**Aufgabe 5 (8 Punkte)** Ein Automat verkauft Fahrkarten für Kinder (Preis €1) und Erwachsene (Preis €2). Er akzeptiert €1- und €2-Münzen bis zu einem maximalen Guthaben von €4. Münzen, die zu einem Überschreiten des Guthabens führen würden, oder falsche Münzen werden sofort wieder ausgeworfen. Für die Ausgabe einer Kinder- bzw. Erwachsenenkarte ist je eine Taste vorgesehen. Reicht das Guthaben, bewirkt ein Tastendruck die Ausgabe der entsprechenden Karte und die Reduktion des Guthabens; andernfalls passiert nichts. Eine dritte Taste, die Abbruchtaste, führt zur Auszahlung des Guthabens.

*Beispiel:* Angenommen, es werden nacheinander eine 50 Cent, eine €1- und zwei €2-Münzen eingeworfen. Die erste und die letzte Münze kommen gleich wieder retour, da die erste eine falsche Münze ist und die letzte das Guthabenlimit überschreitet. Nun wird die Taste für eine Kinderfahrkarte gedrückt, worauf die entsprechende Karte ausgegeben wird; das interne Guthaben beträgt €2. Nun wird wieder eine €2-Münze eingeworfen und nochmals eine Kinderfahrkarte angefordert. Zuletzt wird die Abbruchtaste betätigt, worauf das Restguthaben von €3 ausbezahlt wird.

Modellieren Sie das Verhalten des Fahrkartenautomaten durch einen Mealy-Automaten. Gehen Sie folgendermaßen vor.

- a) Welche/wieviele Zustände benötigt der Automat? Geben Sie für jeden Zustand ein Symbol und seine Bedeutung an.
- b) Welche Eingaben muss der Automat verarbeiten? Sehen Sie ein Symbol vor, das für den Einwurf einer beliebigen falschen Münze steht. Geben Sie für jede Eingabe ein Symbol und seine Bedeutung an.
- c) Was sind die möglichen Aktionen (Ausgaben) des Automaten? Das jeweilige Guthaben soll in einer einzigen Aktion ausgegeben werden, nicht jede Münze einzeln. Sehen Sie ein Symbol vor, das für „keine Aktion“ steht. Geben Sie für jede Ausgabe ein Symbol und seine Bedeutung an.
- d) Geben Sie den Mealy-Automaten in graphischer Form an. Beschriften Sie alle Knoten und Kanten mit den in a), b) und c) gewählten Symbolen.