3.0/2.0 VU Formale Modellierung			
185.A06	2. Nachtest SS 2023	4. Juli 2023	
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (6 Punkte) Kreuzen Sie eine oder mehrere Antwortmöglichkeiten an. Es ist keine Begründung erforderlich. Die richtigen Antwortmöglichkeiten einer Teilaufgabe werden insgesamt mit zwei Punkten bewertet. Bei mehreren richtigen Antwortmöglichkeiten teilen sich die Punkte entsprechend auf. Bei einer falschen Antwort wird die Teilaufgabe mit null Punkten bewertet.

a) In welche Beziehung stehen die beiden regulären Sprachen, die durch folgende reguläre Ausdrücke in POSIX-Notation beschrieben werden?

Die durch `c*[c]` beschriebene Sprache ist
- ☐ eine echte Übermenge
- ☐ eine echte Untermenge
- ☐ identisch mit
- ☐ unvergleichbar mit

der durch `(ac*)*c` beschriebenen Sprache.

b) Die von der Grammatik $\langle \{S\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \{S \to \mathtt{a}S\mathtt{a} \mid \varepsilon\}, S \rangle$ generierte Sprache ist
- ☐ endlich
- ☐ regulär
- ☐ kontextfrei
- ☐ kontextfrei, aber nicht regulär

c) Sei G die Grammatik $\langle \{S\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}, \{S \to \mathtt{a}S\mathtt{a} \mid \mathtt{b}S \mid \mathtt{c}\}, S \rangle$. Welche der folgenden Wörter liegen in der von G generierten Sprache?
- ☐ `abc`
- ☐ `abababcaaa`
- ☐ `bababacaa`
- ☐ `baabbacaaa`

Aufgabe 2 (4 Punkte) Übersetzen Sie die untenstehenden Sprichwörter in prädikatenlogische Formeln. Verwenden Sie dabei folgende Prädikatensymbole:

$\mathit{Hund}(x)$ … x ist ein Hund	$\mathit{Bellt}(x)$ … x bellt	$\mathit{Glänzt}(x)$ … x glänzt
$\mathit{Mensch}(x)$ … x ist ein Mensch	$\mathit{Beißt}(x)$ … x beißt	$\mathit{Rastet}(x)$ … x rastet
$\mathit{Unsterblich}(x)$ … x ist unsterblich	$\mathit{Gold}(x)$ … x ist Gold	$\mathit{Rostet}(x)$ … x rostet

a) Hunde, die bellen, beißen nicht.

b) Es ist nicht alles Gold, was glänzt.
(Hinweis: Es stimmt nicht, dass alles Glänzende Gold ist.)

c) Wer rastet, der rostet.
(Hinweis: Für alle(s) gilt, dass es rostet, wenn es rastet.)

d) Kein Mensch ist unsterblich.
(Hinweis: Es stimmt nicht, dass es unsterbliche Menschen gibt.)

Aufgabe 3 (4 Punkte) Seien *Isst*, *Affe*, *Jung* und *Obst* Prädikatensymbole und *banane* ein Konstantensymbol. Dabei steht $\mathit{Isst}(x, y)$ für „x isst y“ und $\mathit{Affe}(x)/\mathit{Jung}(x)/\mathit{Obst}(x)$ für „x ist ein Affe/jung/eine Frucht“. Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Gibbon}, \text{Gorilla}, \text{Langur}, \text{Makake}, \text{Pavian}, \text{Schimpanse},\\
&\quad\ \text{Apfel}, \text{Banane}, \text{Kiwi}, \text{Orange}, \text{Weintraube}\}\\
I(\mathit{Affe}) &= \{\text{Gibbon}, \text{Makake}, \text{Schimpanse}\}\\
I(\mathit{Jung}) &= \{\text{Gibbon}, \text{Langur}, \text{Makake}, \text{Pavian}\}\\
I(\mathit{Obst}) &= \{\text{Apfel}, \text{Banane}, \text{Kiwi}, \text{Weintraube}\}\\
I(\mathit{Isst}) &= \{(\text{Makake}, \text{Banane}), (\text{Makake}, \text{Weintraube}),\\
&\quad\ (\text{Gibbon}, \text{Apfel}), (\text{Gibbon}, \text{Banane}), (\text{Gibbon}, \text{Weintraube}),\\
&\quad\ (\text{Pavian}, \text{Banane}), (\text{Pavian}, \text{Kiwi}), (\text{Pavian}, \text{Weintraube}),\\
&\quad\ (\text{Schimpanse}, \text{Banane}), (\text{Schimpanse}, \text{Orange})\}\\
I(\mathit{banane}) &= \text{Banane}
\end{aligned}
$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie außerdem an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

a) $\forall y\, (\mathit{Obst}(y) \supset \exists x\, (\mathit{Affe}(x) \land \mathit{Isst}(x, y)))$

b) $\forall x\, (\mathit{Affe}(x) \land \exists y\, (\mathit{Obst}(y) \land \mathit{Isst}(x, y)))$

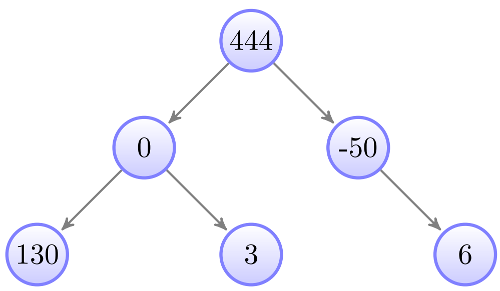
c) $\forall x\, \mathit{Isst}(x, \mathit{banane})$

d) $\exists x\, (\mathit{Affe}(x) \land \mathit{Jung}(x) \land \mathit{Isst}(x, \mathit{banane}))$

Aufgabe 4 (8 Punkte) Binäre Bäume zur Speicherung ganzer Zahlen können als lineare Zeichenketten kodiert werden, indem jeder Knoten des Baums als

< *linkerBaum Zahl rechterBaum* >

dargestellt wird. Die spitzen Klammern sind Teil der Kodierung, *Zahl* steht für ein dezimales Numeral mit optionalem Vorzeichen. Für diese Aufgabe legen wir fest, dass Numerale keine führenden Nullen aufweisen dürfen. Negative Zahlen beginnen mit einem Minuszeichen, nichtnegative Zahlen tragen kein Vorzeichen. *linkerBaum* bzw. *rechterBaum* kodieren den linken bzw. rechten Teilbaum. Der leere binäre Baum wird durch `<>` dargestellt. Sei $\mathcal{B}$ die Menge aller Zeichenketten, die auf diese Weise binäre Bäume kodieren.
Beispiel: Die Zeichenkette `<<<<>130<<>>0<<>3<>>>444<<>-50<<>6<>>>>` kodiert den binären Baum



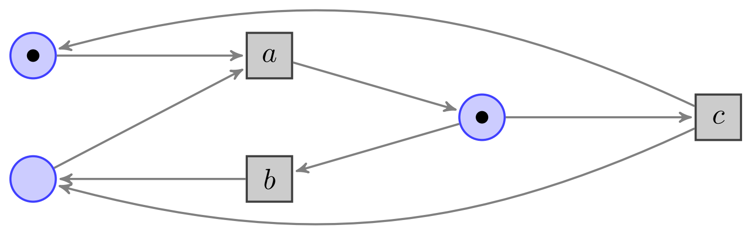
Die Blätter des Baumes werden durch die Zeichenketten `<<>130<>>`, `<<>3<>>` und `<<>6<>>` dargestellt; bei Blättern sind sowohl der linke als auch der rechte Unterbaum leer.

a) Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{B}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

b) Geben Sie in Ihrer Grammatik eine Ableitung des Wortes `<<<>130<>>0<<>3<>>>`.

c) Handelt es sich bei $\mathcal{B}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Falls ja, skizzieren Sie den Ausdruck in einer der in der Vorlesung behandelten Notationen. Falls nein, begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (8 Punkte) Gegeben sei das folgende Petri-Netz.



a) Welche Informationen werden benötigt, um den momentanen Zustand des Petri-Netzes zu beschreiben? Wie lassen sich die Zustände kompakt notieren? Geben Sie in Ihrer Notation den Startzustand des Petri-Netzes an sowie jenen, in dem sich das Petri-Netz befindet, wenn die Transition b als erste feuert.

b) Die Geschehnisse in diesem Petri-Netz lassen sich durch die Folgen der Transitionen beschreiben, die nacheinander feuern. Beispielsweise bedeutet das Wort `baca`, dass zuerst die Transition b, dann a, dann c und zuletzt wieder a feuert. Nicht alle Wörter entsprechen zulässigen Transitionsfolgen, so etwa alle Wörter, die mit `a` beginnen, da die Transition a zu Beginn nicht feuern kann.

Geben Sie einen endlichen Automaten graphisch oder tabellarisch an, der genau jene Wörter über dem Alphabet $\{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$ akzeptiert, die einer Folge von Transitionen entsprechen, die ausgehend von der Anfangsmarkierung im gegebenen Petri-Netz nacheinander feuern können. Der Automat soll also `baca` akzeptieren, aber nicht `a`. Was sind die Endzustände des Automaten?

c) Erklären Sie, warum es nicht möglich ist, das Verhalten eines beliebigen Petri-Netzes durch einen endlichen Automaten zu beschreiben. Geben Sie ein Petri-Netz an, bei dem das nicht möglich ist.