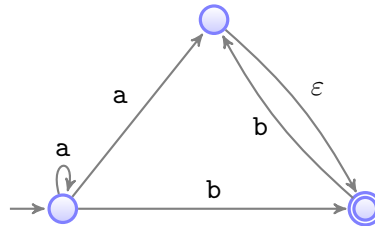


3.0/2.0 VU Formale Modellierung			
185.A06		1. Nachttest SS 2023	
4. Juli 2023			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (4 Punkte) Geben Sie genau jene Wörter über dem Alphabet $\{a, b\}$ an, die höchstens drei Symbole besitzen und in der Sprache des folgenden endlichen Automaten liegen. (ε bezeichnet das Leerwort.)



Aufgabe 2 (4 Punkte) Zeigen Sie mit Hilfe algebraischer Umformungen, dass die beiden aussagenlogischen Formeln

$$(A \not\equiv \neg B) \wedge (\neg A \supset B) \quad \text{und} \quad A \wedge B$$

äquivalent sind. Geben Sie die Zwischenschritte an, wobei dasselbe algebraische Gesetz in einem Schritt mehrfach angewendet werden kann.

Aufgabe 3 (6 Punkte) SAT-Solver sind Programme, die aussagenlogische Formeln auf Erfüllbarkeit testen. Typische SAT-Solver erhalten als Eingabe eine Formel in konjunktiver Normalform und liefern die Antwort „erfüllbar“ bzw. „unerfüllbar“. Im ersten Fall wird eine erfüllende Variablenbelegung als Nachweis für die Erfüllbarkeit ausgegeben.

Beispiel: Für die konjunktive Normalform $F = (A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee B)$ liefern SAT-Solver die Antwort „erfüllbar“ und eine der Variablenbelegungen $I_1(A) = I_1(B) = 1$ oder $I_2(A) = I_2(B) = 0$.

- Wie lässt sich eine Konsequenzbeziehung $F_1, \dots, F_n \models G$ mit Hilfe eines derartigen SAT-Solvers überprüfen? Begründen Sie Ihre Antwort.
- SAT-Solver liefern normalerweise nur eine einzige erfüllende Variablenbelegung. Geben Sie ein allgemeines Verfahren an, um mit Hilfe des SAT-Solvers eine zweite erfüllende Variablenbelegung zu berechnen. Begründen Sie die Korrektheit Ihrer Methode.
- Wenden Sie Ihre Methode auf die oben angeführte Beispielformel an. Nehmen Sie an, dass der SAT-Solver beim ersten Durchlauf die Interpretation I_1 geliefert hat und Sie nun nach einer weiteren suchen.

Aufgabe 4 (8 Punkte) Es ist Donnerstag, 9:15. Lisa, Max und Julian betreten pünktlich zu Beginn der „Formalen Modellierung“ den EI5, finden aber anstelle des Professors eine Bombe mit fünf Kippschaltern sowie einen Zettel mit folgender Nachricht vor.

Liebe Studierende,

um euch die Aussagenlogik projektorientiert näherzubringen, habe ich diese Bombe gebaut. Sie hat fünf Kippschalter (A, B, C, D und E), die in der Position „oben“ oder „unten“ stehen können. Die fünf Kippschalter müssen binnen einer Stunde alle in die richtige Position gebracht werden, sonst explodiert die Bombe und ihr werdet alle mit dem wohlriechenden Schleim überzogen, den ich in die Bombe gefüllt habe. Hier sind eure Hinweise.

- Höchstens drei Schalter dürfen oben sein, sonst knallt's.
- Schalter D darf nicht in der gleichen Position sein wie E, sonst knallt's.
- Wenn Schalter C unten steht, müssen B und E oben sein, sonst knallt's.
- Die Schalter C und D dürfen nicht gleichzeitig oben sein, sonst ... eh schon wissen.
- Die Schalter C und D dürfen aber auch nicht gleichzeitig unten sein, denn dann schleimt's ebenfalls.

Viel Erfolg, behaltet die Nerven!

- a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Wie müssen die Kippschalter stehen, um die Bombe zu entschärfen? Geben Sie alle Möglichkeiten an. Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 5 (8 Punkte) Ein Getränkeautomat bietet drei Arten von Getränken zum Verkauf an: Wasser um €1, Cola um €1,50 und Orangensaft um €2. Er akzeptiert 50-Cent-, 1-Euro- und 2-Euro-Münzen; alle andere Münzen fallen durch, werden also sofort zurückgegeben. Sobald der eingeworfene Betrag €2 oder mehr ausmacht, fallen die weiteren Münzen ebenso durch wie falsche.

Der Automat besitzt vier Knöpfe. Der Stornoknopf bewirkt, dass der Automat das bereits eingeworfene Geld zurückgibt und in den Grundzustand zurückkehrt. Die anderen drei Knöpfe sind für die drei Getränkearten. Wird einer dieser Knöpfe gedrückt, ehe ausreichend Geld für das entsprechende Getränk eingeworfen wurde, passiert nichts. Andernfalls wirft der Automat das Getränk aus; Retourgeld wird nicht zurückgegeben.

Modellieren Sie den Getränkeautomaten mit Hilfe eines endlichen Automaten. Die Sprache des endlichen Automaten soll aus genau jenen Aktionsfolgen bestehen, die letztendlich zur Ausgabe eines Getränkes führen.

- a) Was kennzeichnet den Zustand des Automaten? Welche Zustände sind notwendig, was bedeuten sie? Welcher Zustand ist der Startzustand, welche Zustände sind Endzustände?
- b) Worin bestehen die Eingaben für den Getränkeautomaten, die sein Verhalten steuern? Geben Sie die Bedeutung der Eingabesymbole an.
- c) Geben Sie den endlichen Automaten in tabellarischer oder grafischer Form an.