3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 — 2. Test SS 2023 — 20. Juni 2023			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe **A**

Aufgabe 1 (6 Punkte) Kreuzen Sie eine oder mehrere Antwortmöglichkeiten an. Es ist keine Begründung erforderlich. Die richtigen Antwortmöglichkeiten einer Teilaufgabe werden insgesamt mit zwei Punkten bewertet. Bei mehreren richtigen Antwortmöglichkeiten teilen sich die Punkte entsprechend auf. Bei einer falschen Antwort wird die Teilaufgabe mit null Punkten bewertet.

a) In welcher Beziehung stehen die beiden regulären Sprachen, die durch folgende reguläre Ausdrücke in POSIX-Notation beschrieben werden?

Die durch `[bc](b*c*)*` beschriebene Sprache ist

- ☐ eine echte Übermenge
- ☐ eine echte Untermenge
- ☐ identisch mit
- ☐ unvergleichbar mit

der durch `[bc]*(b|c)` beschriebenen Sprache.

b) Sei G die Grammatik $\langle\{S, X, Y\}, \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}, P, S\rangle$, wobei die Menge P aus folgenden Produktionen besteht.

$$
\begin{aligned}
S &\to X\,Y \\
X &\to X\,\mathtt{a} \mid \varepsilon \\
Y &\to \mathtt{b}\,Y\,\mathtt{c} \mid X
\end{aligned}
$$

Welche der folgenden Wörter werden von G akzeptiert?

- ☐ `aabac`
- ☐ `abaca`
- ☐ `abc`
- ☐ `bca`

c) Sei G die Grammatik $\langle\{S, X, Y, Z\}, \{\mathtt{(}, \mathtt{)}\}, P, S\rangle$, wobei die Menge P aus folgenden Produktionen besteht.

$$
\begin{aligned}
S &\to X\,Z \\
X &\to \mathtt{(}\,Y \mid \varepsilon \\
Y &\to X\,\mathtt{(} \\
Z &\to \mathtt{)}\,Z \mid \varepsilon
\end{aligned}
$$

Welche der folgenden Aussagen trifft/treffen auf die von G akzeptierte Sprache zu?

- ☐ Die Sprache ist endlich.
- ☐ Die Sprache ist regulär, aber nicht endlich.
- ☐ Die Sprache ist kontextfrei.
- ☐ Die Sprache ist kontextfrei, aber nicht regulär.

Aufgabe 2 (4 Punkte) Wählen Sie geeignete Prädikaten-, Funktions- und Konstantensymbole und übersetzen Sie damit jeden der folgenden Sätze in eine prädikatenlogische Formeln. Geben Sie die Bedeutung der Symbole an.

a) Quaxi ist ein Frosch.

b) Alle Frösche sind grün.

c) Quaxi frisst etwas Grünes.

d) Es gibt einen Frosch, der alles Grüne frisst.

Aufgabe 3 (4 Punkte) Seien *Mag*, *Studi*, *Italienisch* und *Gericht* Prädikatensymbole sowie *gnocchi* ein Konstantensymbol. $\mathit{Studi}(x)$, $\mathit{Italienisch}(x)$ und $\mathit{Gericht}(x)$ sollen bedeuten, dass x eine Student:in, italienisch bzw. ein Gericht ist, und $\mathit{Mag}(x, y)$ steht für „x mag y". Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Alice}, \text{Bob}, \text{Chris}, \text{Doris}, \text{Ferrari}, \text{Gnocchi}, \text{Panna Cotta}, \text{Pommes Frites},\\
&\qquad \text{Pizza}, \text{Spaghetti}, \text{Tiramisu}\}\\
I(\mathit{Studi}) &= \{\text{Alice}, \text{Chris}, \text{Doris}\}\\
I(\mathit{Italienisch}) &= \{\text{Ferrari}, \text{Panna Cotta}, \text{Spaghetti}, \text{Tiramisu}\}\\
I(\mathit{Gericht}) &= \{\text{Gnocchi}, \text{Panna Cotta}, \text{Pasta}, \text{Pizza}, \text{Pommes Frites}, \text{Spaghetti}, \text{Tiramisu}\}\\
I(\mathit{Mag}) &= \{(\text{Alice}, \text{Ferrari}), (\text{Alice}, \text{Gnocchi}),\\
&\qquad (\text{Bob}, \text{Panna Cotta}), (\text{Bob}, \text{Spaghetti}), (\text{Bob}, \text{Gnocchi}),\\
&\qquad (\text{Chris}, \text{Pizza}), (\text{Chris}, \text{Gnocchi}), (\text{Doris}, \text{Panna Cotta}), (\text{Doris}, \text{Gnocchi})\}\\
I(\mathit{gnocchi}) &= \text{Gnocchi}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie außerdem an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

a) $\forall x\, (\mathit{Studi}(x) \land \mathit{Mag}(x, \mathit{gnocchi}))$

b) $\neg\forall x\, \mathit{Mag}(x, \mathit{gnocchi})$

c) $\exists x\, (\mathit{Studi}(x) \land \forall y\, (\mathit{Gericht}(y) \supset \mathit{Mag}(x, y)))$

d) $\forall x\, (\mathit{Studi}(x) \supset \exists y\, (\mathit{Italienisch}(y) \land \mathit{Mag}(x, y)))$

Aufgabe 4 (8 Punkte) Die Programmiersprache MODULA kennt folgende Arten von Anweisungen: Zuweisungen, Blöcke, Konditionale, Schleifen und Exit-Anweisungen. Sei $\mathcal{M}$ die Menge aller derartigen Anweisungen. Im Detail sehen die Anweisungen wie folgt aus.

- Zuweisungen haben die Form b `:=` a
  b ist ein Bezeichner, der mit einem Buchstaben beginnt und auf den beliebig viele Buchstaben und Ziffern folgen können. a steht für einen Ausdruck.

- Blöcke besitzen die Form `BEGIN` m_1 `;` ... `;` m_n `END`
  Dabei können $m_1, \ldots, m_n$ ($n \geq 1$) beliebige Anweisungen aus $\mathcal{M}$ sein, die durch einen Strichpunkt getrennt werden.

- Konditionale können folgende Formen annehmen:

```
IF a1 THEN f1 END
IF a1 THEN f1 ELSE f2 END
IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 END
IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 ELSE f3 END
IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 ELSIF a2 THEN f3 END
IF a1 THEN f1 ELSIF a2 THEN f2 ELSIF a2 THEN f3 ELSE f4 END
   ⋮
```

  Das heißt, dem If-Teil folgt immer ein Then-Teil, dann kommt eine beliebige Zahl von Elsif-Teilen, und zuletzt kann optional ein Else-Teil folgen. a_i steht dabei für Ausdrücke, f_i für Anweisungsfolgen der Form m_1 ; ... ; m_n, wie sie auch bei Blöcken vorkommen.

- Exit-Anweisungen bestehen nur aus dem Schlüsselwort `EXIT`.

- Schleifen sehen genauso aus wie Blöcke, außer dass das Schlüsselwort `LOOP` das Wort `BEGIN` ersetzt.

Beispiel eines Programms in $\mathcal{M}$:

```
LOOP
  X1 := a1;
  IF a2 THEN EXIT
  ELSIF a3 THEN X2 := a4
  END
END
```

Dabei sind $a_1, \ldots, a_4$ Ausdrücke, deren Form wir hier nicht näher festlegen.

a) Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{M}$ aller derartigen Anweisungen mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie so weit wie möglich EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu halten und rekursive Regeln zu vermeiden.

   Nehmen Sie an, dass es bereits Produktionen gibt, die es ermöglichen, aus dem Nonterminal *Ausdruck* die zulässigen Ausdrücke (wie $a_1, a_2, \ldots$) zu erzeugen. Es ist nicht notwendig, Leerzeichen und ähnliches (*white space*) zu berücksichtigen.

b) Handelt es sich bei $\mathcal{M}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (8 Punkte) Wenn Gäste das Restaurant *Chez Pierre* betreten, stellen sie sich zunächst zur Bar, um auf einen Tisch zu warten. Während des Wartens können sie beim Barkeeper Getränke bestellen. Der Barkeeper bereitet jedes Getränk einzeln zu und übergibt es dann dem Gast. Hat ein Gast ein Getränk bestellt, muss er auf dieses an der Bar warten und kann währenddessen nicht zum Tisch gehen.
Ist ein Tisch frei, holt der Kellner einen Gast bei der Bar ab und bringt ihn zum Tisch. Dort wartet er gleich auf die Bestellung und holt diese aus der Küche. Erst danach kann er sich um einen weiteren Gast kümmern.
Hat ein Gast fertig gegessen, zahlt er bei einem freien Kellner und wird von diesem zur Tür gebracht. Anschließend räumt der Kellner den Tisch ab, um ihn für den nächsten Gast vorzubereiten. Dann kann er sich wieder um einen Gast kümmern.

Modellieren Sie dieses System mit Hilfe eines Petri-Netzes. Geben Sie den Stellen und Transitionen geeignete Bezeichnungen, die ihre Rolle beschreiben. Nehmen Sie an, dass es 6 Tische gibt, die zu Beginn alle frei sind. An jedem Tisch kann nur ein Gast Platz nehmen. Im Restaurant arbeiten ein Barkeeper und zwei Kellner. Zu Beginn befinden sich 4 Gäste vor dem Restaurant, die es betreten wollen.