

3.0/2.0 VU Formale Modellierung			
185.A06		SS 2022	17. Jänner 2023
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Max ist ganz aufgeregt. Er darf an seinem Geburtstag mit seiner Familie und seinem besten Freund Acun in den Prater gehen. Fieberhaft überlegen die beiden, mit welchen Attraktionen sie fahren möchten. Die Auswahl ist groß, aber Max darf sich nicht mehr als drei aussuchen. Max stellt folgende Überlegungen an:

Ich will mit der Wildalpenbahn nur dann fahren, wenn ich auch mit dem Blumenrad fahren kann. Mit der Grottenbahn will ich auf jeden Fall fahren, mit der fährt meine Familie immer gemeinsam. Ich möchte mindestens mit einer Achterbahn fahren, am ehesten kommen da Megablitz und Wildalpenbahn in Frage. Megablitz und Blumenrad möchte ich nicht beide fahren, das ist mir zu wild, höchstens fahre ich mit einer davon. Wenn ich Megablitz fahre, dann auf jeden Fall auch mit der Wildalpenbahn.

- Drücken Sie die beschriebenen Wünsche mit allen Anhaltspunkte durch aussagenlogische Formeln aus. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- Für welche Attraktionen entscheidet sich Max? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Spielt*, *Band*, *Laut* und *Musik* Prädikatensymbole und *pop* sowie *rock* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

<i>Musik</i> (x) ... x ist eine Musikrichtung	<i>Spielt</i> (x, y) ... x spielt y
<i>Band</i> (x) ... x ist eine Band	<i>pop</i> ... Pop
<i>Laut</i> (x) ... x ist laut	<i>rock</i> ... Rock

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- Es gibt laute Bands, die Rock aber nicht Pop spielen.
- Alle Bands spielen die gleiche laute Musik.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\mathcal{U} = \{\text{Abba, AC/DC, STS, KISS, Cure, Soul, Jazz, Pop, Reggae, Rock, Metal}\}$$

$$I(\text{Band}) = \{\text{Abba, AC/DC, STS}\}$$

$$I(\text{Laut}) = \{\text{AC/DC, KISS, Cure}\}$$

$$I(\text{Musik}) = \{\text{Pop, Rock, Metal, Soul, Jazz}\}$$

$$I(\text{Spielt}) = \{(\text{AC/DC, Rock}), (\text{AC/DC, Pop}), (\text{STS, Rock}), (\text{STS, Jazz}),$$

$$\quad (\text{KISS, Rock}), (\text{KISS, Metal}), (\text{KISS, Jazz}),$$

$$\quad (\text{Cure, Rock}), (\text{Cure, Soul})\}$$

$$I(\text{reggae}) = \text{Reggae}$$

$$I(\text{rock}) = \text{Rock}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

- c) $\forall x (Musik(x) \supset \exists y (Band(y) \wedge Spielt(x, y)))$
- d) $\forall x (Spielt(x, rock) \wedge \neg Spielt(x, reggae))$
- e) $\exists x \exists y (Band(x) \wedge Laut(x) \wedge Musik(y) \wedge Spielt(x, y))$
- f) $\exists x (Spielt(x, reggae) \supset Spielt(x, rock))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Drei Hobbits und drei Goblins treffen an einem Flussübergang zusammen. Alle wollen über den Fluss, es gibt aber nur ein Floß, das maximal zwei Kreaturen auf einmal transportieren kann. Das Floß kann nicht alleine über den Fluss, es muss von jemandem gesteuert werden.

Die Hobbits und die Goblins sind sich einig, dass alle über den Fluss sollen. Die Hobbits haben aber Vorbehalte: Wenn die Goblins auf einer Flussseite in der Überzahl sind, ärgern sie die Hobbits dort. Die Überquerung des Flusses soll also so erfolgen, dass sich auf keiner Flussseite je weniger Hobbits als Goblins aufhalten.

Modellieren Sie das Problem mit Hilfe eines endlichen Automaten, sodass sich aus diesem alle erlaubten Folgen von Überfahrten, inklusive der möglichen Lösungen, ablesen lassen. Gehen Sie folgendermaßen vor.

- a) Welche Informationen sind erforderlich, um den momentanen Zustand des Systems nach einer beliebigen Zahl von Floßfahrten zu charakterisieren? Wählen Sie eine Notation zur kompakten Beschreibung von Systemzuständen. Geben Sie exemplarisch drei mögliche Zustände in dieser Notation an und erklären Sie, was diese bedeuten.

- b) Geben Sie alle Aktionen an, die zu Zustandsänderungen führen. Wählen Sie eine kompakte Notation dafür und erklären Sie diese.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Kreuzen Sie eine oder mehrere Antwortmöglichkeiten an. Es ist keine Begründung erforderlich. Die richtigen Antwortmöglichkeiten einer Teilaufgabe werden zusammen mit zwei Punkten bewertet. Bei mehreren richtigen Antwortmöglichkeiten teilen sich die Punkte entsprechend auf. Bei einer falschen Antwort wird die Teilaufgabe mit null Punkten bewertet.

- a) Die Formel $(A \wedge B) \supset (A \wedge C)$ ist
 gültig erfüllbar widerlegbar unerfüllbar.
- b) Eine Formel F mit den Variablen A und B (und anderen) wird an die zwei SAT-Solver Minisat und Glucose übergeben. Minisat liefert die Interpretation I mit $I(A) = I(B) = 0$ als erfüllende Interpretation. Glucose liefert hingegen die Interpretation J mit $J(A) = 1$. Welche Schlüsse lassen sich daraus ziehen? (Variablen, die ein SAT-Solver in seiner Antwort nicht festlegt, können beliebig interpretiert werden.)
 Die Konsequenzbeziehung $\neg B \models F$ ist wahr.
 Die Formel F ist widerlegbar.
 Die Formel F könnte $A \supset B$ gewesen sein.
 Die Formel $A \supset F$ ist gültig.
- c) In welche Beziehung stehen die beiden regulären Sprachen, die durch folgende reguläre Ausdrücke in POSIX-Notation beschrieben werden?
 Die durch `c*[c]` beschriebene Sprache ist
 eine echte Übermenge
 eine echte Untermenge der durch `(ac*)*c` beschriebenen Sprache.
 identisch mit
 unvergleichbar mit
- d) Die von der Grammatik $\langle \{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aSa \mid \varepsilon\}, S \rangle$ generierte Sprache ist
 endlich
 regulär
 kontextfrei
- e) Sei G die Grammatik $\langle \{S\}, \{a, b, c\}, \{S \rightarrow aSa \mid bS \mid c\}, S \rangle$. Welche der folgenden Wörter liegen in der von G generierten Sprache?
 abc
 abababcaaaa
 bababacaaa
 baabbacaaa