

<b>3.0/2.0 VU Formale Modellierung</b>			
185.A06		SS 2022	22. September 2022
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe <b>A</b>

**Aufgabe 1 (10 Punkte)** Florian möchte gerne Gemüse anbauen und hat sich eine Selbst-ernteparzelle gemietet. Er würde gerne Erbsen, Gurken, Fisolen, Paradeiser und Zwiebeln anpflanzen. Er hat aber nur begrenzt Platz und kann nicht alle diese Sorten anpflanzen. Im Internet liest er außerdem, dass sich einige der Sorten nicht miteinander vertragen. Die ganzen Pflanztipps verwirren ihn, also schreibt er die Informationen zusammen und bittet seine Freundin Lisa um Hilfe, die schon etwas mehr Erfahrung mit Aussagenlogik hat als er.

*Erbsen dürfen nicht gemeinsam mit Fisolen angepflanzt werden, dies würde die Ernteerträge erheblich schmälern. Wenn Fisolen angepflanzt werden, sollte von der Pflanzung von Gurken Abstand genommen werden. Nur wenn Zwiebeln gepflanzt werden, sollten auch Paradeiser gepflanzt werden. Zumindest drei Sorten sollten es aufgrund der Artenvielfalt schon sein, mehr als drei machen bei so wenig Platz aber keinen Sinn. Die Pflanzung von Gurken und/oder Erbsen wäre gut, denn das lockt Bienen an und kann sich positiv auf die Gesamtertragsmenge auswirken.*

Florian liebt Paradeiser, die möchte er auf jeden Fall anpflanzen. Ansonsten ist er aber unsicher, was er noch pflanzen soll. Zu welchen Gemüsesorten rät ihm Lisa, sodass alle diese Anforderungen eingehalten werden?

- a) Helfen Sie Lisa den Text zu analysieren, indem Sie die beschriebenen Wünsche mit allen Anhaltspunkte durch aussagenlogische Formeln ausdrücken. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Lassen sich Florians Wünsche berücksichtigen? Welche Varianten sind möglich? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)** Seien *Besitzt*/2, *Zauberer*/1, *Magisch*/1 und *Waffe*/1 Prädikaten-symbole sowie *schwert* und *stab* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

<i>Zauberer</i> ( $x$ ) ... $x$ ist ein Zauberer	<i>Besitzt</i> ( $x, y$ ) ... $x$ besitzt $y$
<i>Magisch</i> ( $x$ ) ... $x$ ist magisch	<i>schwert</i> ... Schwert
<i>Waffe</i> ( $x$ ) ... $x$ ist eine Waffe	<i>stab</i> ... Zauberstab

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Kein Zauberer besitzt sowohl ein Schwert als auch einen Zauberstab.
- b) Es gibt Zauberer, die alle magischen Waffen besitzen.

Sei weiters folgende Interpretation gegeben:

$$\mathcal{U} = \{\text{Draco, Harry, Hermine, Ron, Zauberstab, Drache, Kessel, Teppich, Schwert, Pistole, Zaubertrank}\}$$

$$I(\text{Zauberer}) = \{\text{Harry, Hermine, Ron}\}$$

$$I(\text{Magisch}) = \{\text{Zauberstab, Drache, Kessel, Teppich}\}$$

$$I(\text{Waffe}) = \{\text{Zauberstab, Drache, Schwert, Pistole, Zaubertrank}\}$$

$$I(\text{Besitzt}) = \{(\text{Harry, Drache}), (\text{Harry, Schwert}), (\text{Harry, Zauberstab}), (\text{Harry, Kessel}), (\text{Harry, Teppich}), (\text{Draco, Zaubertrank}), (\text{Draco, Drache}), (\text{Hermine, Drache}), (\text{Hermine, Zauberstab}), (\text{Hermine, Schwert}), (\text{Ron, Kessel}), (\text{Ron, Drache}), (\text{Ron, Zauberstab})\}$$

$$I(\text{schwert}) = \text{Schwert} \quad I(\text{stab}) = \text{Zauberstab} \quad I(\text{drache}) = \text{Drache}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation  $I$  wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c)  $\exists x (\text{Zauberer}(x) \wedge \forall y (\text{Magisch}(y) \supset \text{Besitzt}(x, y)))$

d)  $\forall x (\text{Zauberer}(x) \wedge \text{Besitzt}(x, \text{stab}))$

e)  $\exists x (\text{Zauberer}(x) \wedge \text{Besitzt}(x, \text{drache}) \wedge \neg \text{Besitzt}(x, \text{schwert}))$

f)  $\forall x (\text{Besitzt}(x, \text{stab}) \vee \text{Besitzt}(x, \text{drache}))$

**Aufgabe 3 (10 Punkte)** Die JavaScript Object Notation (JSON) ist ein kompaktes Datenformat in einer einfach lesbaren Textform zur Übertragung und zum Speichern von strukturierten Daten.<sup>1</sup> JSON kennt folgende Arten von Datenwerten.

*Nullwert:* wird durch das Schlüsselwort `null` dargestellt.

*Boolescher Wert:* wird durch die Schlüsselwörter `true` bzw. `false` dargestellt.

*Zahl:* ist eine Folge der Ziffern 0 bis 9. Diese Folge kann durch ein negatives Vorzeichen (-) eingeleitet und einen Dezimalpunkt (.) unterbrochen sein. Die Zahl kann durch die Angabe eines Exponenten ergänzt werden. Dieser beginnt mit dem Buchstaben `e` oder `E`, danach folgt ein Vorzeichen (+ oder -) und eine Folge der Ziffern 0 bis 9.

*Zeichenkette:* beginnt und endet mit doppelten geraden Anführungszeichen ("). Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass Zeichenketten nur Groß- und Kleinbuchstaben, Ziffern und Bindestriche enthalten können.

*Array:* beginnt mit [ und endet mit ]. Es enthält eine durch Beistriche getrennte Liste von Werten gleichen oder verschiedenen Typs. Leere Arrays sind zulässig.

*Objekt:* beginnt mit { und endet mit }. Es enthält eine durch Beistriche getrennte Liste von Eigenschaften. Objekte ohne Eigenschaften (leere Objekte) sind zulässig. Jede Eigenschaft besteht aus einem Schlüssel und einem Wert, getrennt durch einen Doppelpunkt (Schlüssel: Wert). Der Schlüssel ist eine Zeichenkette, der Wert ist einer der hier beschriebenen Werte (kann auch wieder ein Objekt sein).

*Beispiel für ein JSON-Objekt:*

---

<sup>1</sup>Inspiziert von [https://de.wikipedia.org/wiki/JavaScript\\_Object\\_Notation](https://de.wikipedia.org/wiki/JavaScript_Object_Notation)

```

{ "Herausgeber": "Xema",
  "Nummer": "1234-5678-9012-3456",
  "Deckung": 2e+6,
  "Waehrung": "EURO",
  "Inhaber":
  { "Name": "Mustermann",
    "Vorname": "Max",
    "maennlich": true,
    "Hobbys": ["Reiten", "Golfen", "Lesen"],
    "Alter": 42,
    "Kinder": [],
    "Partner": null
  }
}

```

Sei  $\mathcal{J}$  die Menge aller Zeichenketten, die ein JSON-Objekt darstellen, wobei wir Leerzeichen und Zeilenumbrüche nicht berücksichtigen.

- a) Beschreiben Sie die Sprache  $\mathcal{J}$  mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren. Verwenden Sie einfache Anführungszeichen zur Kennzeichnung von Terminalsymbolen, da die doppelten Teil der Sprache sind.
- b) Handelt es sich bei  $\mathcal{J}$  um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 4 (10 Punkte)** Zwei Trolle und zwei Orks treffen an einem Fluss aufeinander. Alle wollen auf die andere Flussseite. Am Ufer liegt ein Floß, es trägt aber höchstens zwei Passagiere, daher müssen sie mehrmals fahren. Das Floß muss bei jeder Überfahrt von jemandem gesteuert werden. Da Trolle raufflustig sind, wollen die Orks unter allen Umständen vermeiden, dass einer von ihnen alleine mit beiden Trollen an einem der Ufer zurückbleibt. Wie können unter dieser Bedingung trotzdem alle vier Kreaturen an das andere Ufer gelangen?

- a) Geben Sie an, welche Informationen notwendig sind, um den Zustand des Systems (bestehend aus den vier Kreaturen, dem Floß und dem Fluss) zu beschreiben. Wie lässt sich der Start-, wie der Endzustand beschreiben?
- b) Legen Sie die möglichen Aktionen fest, die zu einem Zustandswechsel führen können.
- c) Geben Sie einen endlichen Automaten an, der das Systemverhalten vollständig beschreibt.
- d) Geben Sie basierend auf Ihrem Automaten eine Aktionsfolge an, die das System vom Anfangs- in einen Endzustand überführt und damit die Frage beantwortet.

Verwenden Sie zur Bezeichnung der Zustände und Aktionen kurze, sprechende Bezeichnungen (mit entsprechender Erklärung), um den Automaten verständlich zu gestalten.

**Aufgabe 5 (10 Punkte)** Kreuzen Sie eine oder mehrere Antwortmöglichkeiten an. Es ist keine Begründung erforderlich. Die richtigen Antwortmöglichkeiten einer Teilaufgabe werden zusammen mit zwei Punkten bewertet. Bei mehreren richtigen Antwortmöglichkeiten teilen sich die Punkte entsprechend auf. Bei einer falschen Antwort wird die Teilaufgabe mit null Punkten bewertet.

- a) Die Formel  $(A \wedge B) \supset (A \wedge C)$  ist  
 gültig     erfüllbar     widerlegbar     unerfüllbar.
- b) Eine Formel  $F$  mit den Variablen  $A$  und  $B$  (und anderen) wird an die zwei SAT-Solver Minisat und Glucose übergeben. Minisat liefert die Interpretation  $I$  mit  $I(A) = I(B) = 0$  als erfüllende Interpretation. Glucose liefert hingegen die Interpretation  $J$  mit  $J(A) = 1$ . Welche Schlüsse lassen sich daraus ziehen? (Variablen, die ein SAT-Solver in seiner Antwort nicht festlegt, können beliebig interpretiert werden.)  
 Die Konsequenzbeziehung  $\neg B \models F$  ist wahr.  
 Die Formel  $F$  ist widerlegbar.  
 Die Formel  $F$  könnte  $A \supset B$  gewesen sein.  
 Die Formel  $A \supset F$  ist gültig.
- c) In welche Beziehung stehen die beiden regulären Sprachen, die durch folgende reguläre Ausdrücke in POSIX-Notation beschrieben werden?  
 Die durch `c*[c]` beschriebene Sprache ist  
 eine echte Übermenge  
 eine echte Untermenge    der durch `(ac*)*c` beschriebenen Sprache.  
 identisch mit  
 unvergleichbar mit
- d) Die von der Grammatik  $\langle \{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aSa \mid \varepsilon\}, S \rangle$  generierte Sprache ist  
 endlich  
 regulär  
 kontextfrei
- e) Sei  $G$  die Grammatik  $\langle \{S\}, \{a, b, c\}, \{S \rightarrow aSa \mid bS \mid c\}, S \rangle$ . Welche der folgenden Wörter liegen in der von  $G$  generierten Sprache?  
 abc  
 abababcaaaa  
 bababacaaa  
 baabbacaaa