

3.0/2.0 VU Formale Modellierung 185.A06 SS 2021 19. November 2021			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Amelie hat für die Kinopremiere von „Godzilla – jetzt erst recht!“ vier Karten gewonnen. Sie überlegt, welche ihrer fünf Freunde Lisa, Sophie, Anna, Kurt und Max sie mitnehmen soll:

„Lisa hat mich letztes Mal auch mitgenommen, sie kommt auf jeden Fall mit! Max und Anna sind erst seit kurzem ein Paar; Anna kommt sicher nur dann mit, wenn ich Max auch einlade. Außer Lisa möchte ich jedenfalls ein weiteres Mädchen dabei haben. Sophie und Max streiten immer, die kann ich nicht gemeinsam einladen. Wenn ich Sophie nicht einlade, kann ich Anna auch nicht mitnehmen, sonst ist Sophie eifersüchtig.“

- a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Wen nimmt Amelie mit ins Kino? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Jagt/2*, *Superheld/1*, *Verrückt/1* und *Schurke/1* Prädikaten-symbole sowie *catwoman* und *riddler* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$Jagt(x, y)$... x jagt y $catwoman$... Catwoman
 $Superheld(x)$... x ist ein Superheld $riddler$... Riddler
 $Verrückt(x)$... x ist verrückt
 $Schurke(x)$... x ist ein Schurke

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Alle Superhelden jagen verrückte Schurken.
- b) Es gibt Verrückte, die Catwoman jagen, aber nicht Riddler.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{U} &= \{\text{Aquaman, Riddler, Superman, Batman, Catwoman, WonderWoman, Joker,} \\
 &\quad \text{Firebug, Pinguin, Cluemaster}\} \\
 I(\text{Superheld}) &= \{\text{Superman, Batman, Catwoman, WonderWoman}\} \\
 I(\text{Verrückt}) &= \{\text{Joker, Riddler, Firebug}\} \\
 I(\text{Schurke}) &= \{\text{Joker, Firebug, Pinguin, Catwoman, Cluemaster}\} \\
 I(\text{Jagt}) &= \{(\text{Superman, Riddler}), (\text{Superman, Joker}), \\
 &\quad (\text{Batman, Riddler}), (\text{Batman, Pinguin}), (\text{Batman, Cluemaster}), \\
 &\quad (\text{Catwoman, Riddler}), (\text{WonderWoman, Riddler}), (\text{WonderWoman, Joker}), \\
 &\quad (\text{Aquaman, Riddler}), (\text{Aquaman, Firebug}), (\text{Aquaman, Catwoman})\}, \\
 I(\text{catwoman}) &= \text{Catwoman} \quad I(\text{riddler}) = \text{Riddler}
 \end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x (Schurke(x) \supset \exists y (Superheld(y) \wedge Jagt(y, x)))$

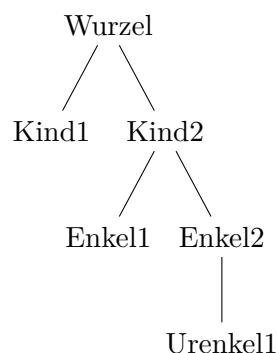
d) $\exists x (\neg Jagt(x, x) \wedge Jagt(x, catwoman))$

e) $\forall x Jagt(x, riddler)$

f) $\forall x (Superheld(x) \wedge \exists y (Verrückt(y) \wedge Jagt(x, y)))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Baumdiagramme können in \LaTeX mit dem Paket TikZ erstellt werden. Beispielsweise kann ein einfacher Baum mit vier Ebenen folgendermaßen beschrieben werden.

```
\begin{tikzpicture}
  \node{Wurzel}
    child{node{Kind1}}
    child{node{Kind2}}
      child{node{Enkel1}}
      child{node{Enkel2}}
        child{node{Urenkel1}}
      }
    };
\end{tikzpicture}
```

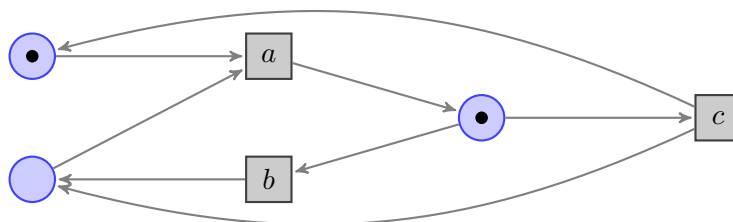


Die Beschreibungen sind zwischen `\begin{tikzpicture}` und `\end{tikzpicture}` eingeschlossen. Jeder Knoten beginnt mit dem Schlüsselwort `node`. Danach folgt die Bezeichnung, die aus Buchstaben und Ziffern besteht, in geschwungenen Klammern. Im Anschluss an einen Knoten werden seine Unterbäume aufgelistet. Jeder Unterbaum beginnt mit dem Schlüsselwort `child`, dem in geschwungenen Klammern ein weiterer Knoten mit dessen Unterbäumen folgt. Dem Schlüsselwort `node` des Wurzelknotens geht ein verkehrter Schrägstrich (`\`) voraus; dem letzten Unterbaum folgt ein Strichpunkt (`;`).

Sei \mathcal{L} die Menge derartiger einfacher TikZ-Baumbeschreibungen. Spezifizieren Sie die Sprache \mathcal{L} mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

Handelt es sich bei \mathcal{L} um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4 (10 Punkte) Gegeben sei das folgende Petri-Netz.



- a) Welche Informationen werden benötigt, um den momentanen Zustand des Petri-Netzes zu beschreiben? Wie lassen sich die Zustände kompakt notieren? Geben Sie in Ihrer Notation den Startzustand des Petri-Netzes an sowie jenen, in dem sich das Petri-Netz befindet, wenn die Transition b als erste feuert.
- b) Die Geschehnisse in diesem Petri-Netz lassen sich durch die Folgen der Transitionen beschreiben, die nacheinander feuern. Beispielsweise bedeutet das Wort bac , dass zuerst die Transition b , dann a , dann c und zuletzt wieder a feuert. Nicht alle Wörter entsprechen zulässigen Transitionsfolgen, so etwa alle Wörter, die mit a beginnen, da die Transition a zu Beginn nicht feuern kann.
- Geben Sie einen endlichen Automaten graphisch oder tabellarisch an, der genau jene Wörter über dem Alphabet $\{a, b, c\}$ akzeptiert, die einer Folge von Transitionen entsprechen, die ausgehend von der Anfangsmarkierung im gegebenen Petri-Netz nacheinander feuern können. Der Automat soll also bac akzeptieren, aber nicht a . Was sind die Endzustände des Automaten?
- c) Erklären Sie, warum es nicht möglich ist, das Verhalten eines beliebigen Petri-Netzes durch einen endlichen Automaten zu beschreiben. Geben Sie ein Petri-Netz an, bei dem das nicht möglich ist.

Aufgabe 5 (10 Punkte) Das Startup Fesla entwickelt die Steuerung für ein selbstfahrendes Auto. Diese ist durch eine aussagenlogische Formel F mit 100 000 Variablen spezifiziert. Bevor daraus Schaltkreise generiert werden, verifiziert das Team, dass die Steuerung gewisse Sicherheitsbedingungen erfüllt. Eine davon ist, dass die Variablen *Bremsen* und *Beschleunigen* (mit denen die Bremse bzw. das Gaspedal ausgelöst wird) nicht gleichzeitig wahr sein dürfen.

- a) Formulieren Sie die Verifikationsaufgabe als eine logische Aussage, die ausdrückt, dass Steuerungen, die die Spezifikation F erfüllen, nicht gleichzeitig bremsen und beschleunigen.
- b) Wie kann man zeigen, dass diese logische Aussage zutrifft? Die große Zahl an Variablen legt nahe, einen SAT-Solver zu verwenden.
- c) Welches Verhalten zeigt der SAT-Solver, wenn die Spezifikation F einen Fehler enthält, sodass die Sicherheitsbedingung nicht immer erfüllt ist?
- d) Die Konkurrenz schläft nicht: Das Team der Firma Dumbo hat eine ähnliche Spezifikation mit nur 10 000 Variablen entwickelt und testet dieselbe Sicherheitsbedingung. Da sie SAT-Solver nicht kennen, überprüfen sie die logische Aussage systematisch für alle Wahrheitsbelegungen. Ihr Supercomputer kann zehn Milliarden (10^{10}) Belegungen pro Sekunde testen. Schätzen Sie die erforderliche Laufzeit grob ab.
Hinweis: $2^{10} \approx 10^3$, 1 Jahr $\approx 3 \cdot 10^7$ Sekunden.