3.0/2.0 VU Formale Modellierung

185.A06 SS 2021 27. September 2021

Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe
			A

Aufgabe 1 (10 Punkte) Tim möchte einen Obstsalat zubereiten und überlegt, welche Früchte er verwenden soll. Der Obstsalat soll mindestens zwei verschiedene Obstsorten enthalten. In der Küche findet er Äpfel, Bananen, Weintrauben und Kiwi. Als Basis möchte Tim Äpfel oder Bananen verwenden (eine der beiden Früchte ist also auf jeden Fall drinnen), es soll aber nicht beides im Salat sein. Weiters mag er keine Bananen im Obstsalat, wenn Kiwis drinnen sind. Auch sollen Weintrauben und Kiwis nicht zugleich im Obstsalat sein (zu viele Kerne).

a) Formalisieren Sie die beschriebene Situation inklusive aller Anhaltspunkte mittels aussagenlogischer Formeln. Geben Sie die Bedeutung der Aussagenvariablen an.

b) Lassen sich die Anforderungen von Tim erfüllen? Welche Kombinationen von Früchten kommen in Frage? Begründen Sie Ihre Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Seien *Mag*, *Studi*, *Italienisch* und *Gericht* Prädikatensymbole und *spaghetti* und *gnocchi* Konstantensymbole mit folgender Bedeutung:

$\mathit{Mag}(x,y)$	… x mag y	$\mathit{spaghetti}$	… Spaghetti
$\mathit{Studi}(x)$	… x ist Student_in	$\mathit{gnocchi}$	… Gnocchi
$\mathit{Italienisch}(x)$	… x ist italienisch		
$\mathit{Gericht}(x)$	… x ist ein Gericht		

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

a) Alle italienischen Studierenden mögen Spaghetti oder Gnocchi, aber nicht beides.

b) Es gibt Studierende, die alle italienischen Gerichte mögen.

Sei weiters folgende Interpretation I gegeben:

$$\begin{aligned}
\mathcal{U} &= \{\text{Alice}, \text{Bob}, \text{Chris}, \text{Doris}, \text{Ferrari}, \text{Gnocchi}, \text{Panna Cotta}, \text{Pommes Frites},\\
&\quad\ \text{Pizza}, \text{Spaghetti}, \text{Tiramisu}\}\\
I(\mathit{Studi}) &= \{\text{Alice}, \text{Chris}, \text{Doris}\}\\
I(\mathit{Italienisch}) &= \{\text{Ferrari}, \text{Gnocchi}, \text{Panna Cotta}, \text{Spaghetti}, \text{Tiramisu}\}\\
I(\mathit{Gericht}) &= \{\text{Gnocchi}, \text{Panna Cotta}, \text{Pasta}, \text{Pizza}, \text{Pommes Frites}, \text{Spaghetti}, \text{Tiramisu}\}\\
I(\mathit{Mag}) &= \{(\text{Alice}, \text{Ferrari}), (\text{Alice}, \text{Pommes Frites}),\\
&\quad\ (\text{Bob}, \text{Panna Cotta}), (\text{Bob}, \text{Spaghetti}), (\text{Bob}, \text{Pommes Frites}),\\
&\quad\ (\text{Chris}, \text{Pizza}), (\text{Chris}, \text{Pommes Frites}),\\
&\quad\ (\text{Doris}, \text{Panna Cotta}), (\text{Doris}, \text{Pommes Frites})\}\\
I(\mathit{spaghetti}) &= \text{Spaghetti} \qquad I(\mathit{pommes}) = \text{Pommes Frites}
\end{aligned}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der Interpretation I wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c) $\forall x\, (\mathit{Studi}(x) \wedge \mathit{Mag}(x, \mathit{pommes}))$

d) $\neg\forall x\, \mathit{Mag}(x, \mathit{pommes})$

e) $\exists x\, (\mathit{Studi}(x) \wedge \forall y\, (\mathit{Gericht}(y) \supset \mathit{Mag}(x, y))$

f) $\forall x\, (\mathit{Studi}(x) \supset \exists y\, (\mathit{Italienisch}(y) \wedge \mathit{Mag}(x, y))$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Einfache Rechner (als eigenständiges Gerät oder App) ermöglichen es, alltägliche Aufgaben mit den Grundrechnungsarten durchzuführen. Sie besitzen dazu Tasten bzw. Buttons für die Ziffern `0` bis `9`, das Dezimalkomma (`,`), die Grundrechnungsarten Addition (`+`), Subtraktion (`-`), Multiplikation (`*`) und Division (`/`), sowie Tasten `(` und `)` zur Klammerung. Die Minustaste kann auch für das unäre Minus (Vorzeichenwechsel) verwendet werden. Die Eingabe wird mit der Taste `=` abgeschlossen, worauf der Rechner den eingegebenen Ausdruck auswertet und das Ergebnis anzeigt.

Beispiele für Eingaben: `(1+2)*(3-(4-5))=`
`---3,1416+-2,7183=`

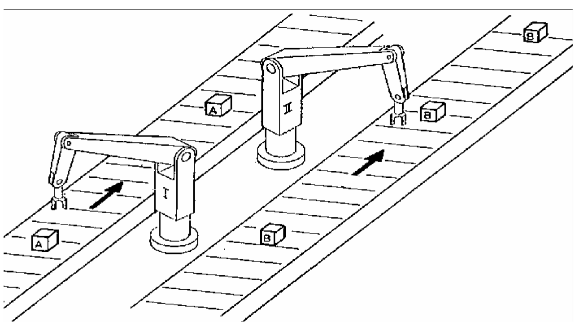
Sei $\mathcal{T}$ die Menge aller Zeichenketten, die eine korrekte Eingabe für so einen Taschenrechner darstellen.

a) Beschreiben Sie die Sprache $\mathcal{T}$ mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren.

b) Handelt es sich bei $\mathcal{T}$ um eine reguläre Sprache, d.h., lassen sich die erlaubten Eingaben im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Ändert sich etwas an der Antwort auf die Frage aus Teilaufgabe b, wenn die Länge zulässiger Eingaben auf maximal 100 Zeichen begrenzt wird? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4 (10 Punkte) In einer Fabrik werden auf zwei Fließbändern zwei unterschiedliche Arten von Werkstücken, A und B, bearbeitet. Es gibt zwei Roboterarme, *I* und *II*. Für die Bearbeitung der A-Werkstücke werden nacheinander beide Roboterarme benötigt, für die Bearbeitung der B-Werkstücke nur der Roboterarm *II*. Jeder Roboterarm kann zu jedem Zeitpunkt nur ein Werkstück bearbeiten.



Modellieren Sie den beschriebenen Sachverhalt mit Hilfe eines Petri-Netzes. Gehen Sie davon aus, dass es zu Beginn zwei Werkstücke der Sorte A und drei Werkstücke der Sorte B gibt, die auf die Bearbeitung warten. Wählen Sie beschreibende Bezeichnungen für die Transitionen und Stellen.

Aufgabe 5 (10 Punkte) In wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Bereich der formalen Sprachen ist folgende Definition zu finden:

> Eine *pure Grammatik* G ist ein 3-Tupel $\langle \Sigma, P, S \rangle$, wobei Σ ein endliches Alphabet, $S \subseteq \Sigma^*$ eine endliche Menge von Wörtern über Σ und $P \subseteq \Sigma \times \Sigma^*$ eine endliche Menge von Wortpaaren ist. Die Elemente von P werden Produktionen genannt; statt (x, y) wird auch $x \to y$ geschrieben.
>
> Das Wort uyv ist aus dem Wort uxv in einem Schritt ableitbar, geschrieben $uxv \Rightarrow uyv$, wenn P die Produktion $x \to y$ enthält, wobei u und v beliebige Wörter aus Σ^* sein können. Die von G generierte Sprache $\mathcal{L}(G)$ ist definiert als die Menge $\{\, w \in \Sigma^* \mid s \overset{*}{\Rightarrow} w$ für ein Wort $s \in S \,\}$, wobei $\overset{*}{\Rightarrow}$ den reflexiven und transitiven Abschluss von $\Rightarrow$ bezeichnet. (Anschaulich gesprochen steht $\overset{*}{\Rightarrow}$ für die Ableitbarkeit in beliebig vielen Schritten.)

Geben Sie an, welche der folgenden Tupeln eine pure Grammatiken gemäß der obigen Definition darstellt. Begründen Sie Ihre Antwort, falls es sich um keine pure Grammatik handelt. Entspricht das Tupel der Definition, beschreiben Sie die Sprache, die durch die Grammatik generiert wird.

a) $\langle \{\mathtt{S}, \mathtt{A}\}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{SA}\}, \mathtt{S} \rangle$

b) $\langle \{\mathtt{S}, \mathtt{A}\}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{SA}\}, \{\mathtt{A}\} \rangle$

c) $\langle \{\mathtt{S}\}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{aSb}, \mathtt{S} \to \varepsilon\}, \{\mathtt{S}\} \rangle$, wobei ε für das Leerwort steht.

d) $\langle \{\mathtt{S}, \mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \{\mathtt{S} \to \mathtt{aSb}, \mathtt{S} \to \varepsilon\}, \{\mathtt{aS}, \mathtt{Sb}\} \rangle$, wobei ε für das Leerwort steht.

Sei G die pure Grammatik $\langle \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}, \{\mathtt{a} \to \mathtt{ab}\}, \{\mathtt{ab}, \mathtt{ba}\} \rangle$.

e) Zeigen Sie, dass das Wort `babb` in der von G generierten Sprache liegt, indem Sie eine Ableitung angeben.