

<b>3.0/2.0 VU Formale Modellierung</b> 185.A06                      SS 2021                      2. Juli 2021			
Matrikelnummer	Nachname	Vorname	Gruppe <b>A</b>

**Aufgabe 1 (10 Punkte)** Familie Sonnenschein will für den Sommer ein Ferienhaus mieten. Die Erwartungen sind aber sehr unterschiedlich.

*Mama Sonnenschein:* „Wenn wir keine Klimaanlage haben, dann brauche ich einen Pool um mich abzukühlen! Und ohne Geschirrspüler fahre ich sowieso nicht in den Urlaub.“

*Tochter Sonnenschein:* „Ich will einen Pool und in der Nähe vom Meer wohnen, oder zumindest eins davon!“

*Opa Sonnenschein:* „Also wenn wir einen Pool haben, dann brauchen wir auch einen Grill, denn was sollen wir denn sonst bei unseren Poolparties essen?“

*Oma Sonnenschein:* „Pah! Geschirrspüler und Klimaanlage, diesen Luxus brauchen wir wirklich nicht, eins von beiden reicht, wenn wir überhaupt eins davon brauchen!“

*Papa Sonnenschein* ist sparsam und besteht darauf, dass höchstens drei der gewünschten Ausstattungsmerkmale vorhanden sein dürfen.

- a) Drücken Sie die beschriebenen Anforderungen an das Ferienhaus durch aussagenlogische Formeln aus. Geben Sie die Bedeutung der von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.
- b) Sind die Wünsche der Familienmitglieder vereinbar? Welche Kombinationen von Ausstattungsmerkmalen erfüllen die Anforderungen der Familie Sonnenschein? Begründen Sie die Antwort mit Hilfe Ihrer aussagenlogischen Modellierung.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)** Seien *Isst*, *Affe*, *Jung* und *Obst* Prädikatensymbole und *banane* ein Konstantensymbol mit folgender Bedeutung:

<i>Isst</i> ( $x, y$ ) ... $x$ isst $y$	<i>Obst</i> ( $x$ ) ... $x$ ist eine Frucht
<i>Affe</i> ( $x$ ) ... $x$ ist ein Affe	<i>banane</i> ... Banane
<i>Jung</i> ( $x$ ) ... $x$ ist jung	

Verwenden Sie diese Symbole, um die beiden nachfolgenden Sätze in prädikatenlogische Formeln zu übersetzen.

- a) Es gibt junge Affen, die alle Früchte essen.
- b) Alle Affen essen irgendwelche Früchte.

Sei weiters folgende Interpretation  $I$  gegeben:

$$\mathcal{U} = \{\text{Gibbon, Gorilla, Langur, Makake, Pavian, Schimpanse, Apfel, Banane, Kiwi, Orange, Weintraube}\}$$

$$I(\text{Affe}) = \{\text{Gibbon, Makake, Schimpanse}\}$$

$$I(\text{Jung}) = \{\text{Gibbon, Langur, Makake, Pavian}\}$$

$$I(\text{Obst}) = \{\text{Apfel, Banane, Kiwi, Weintraube}\}$$

$$I(\text{Isst}) = \{(\text{Makake, Banane}), (\text{Makake, Weintraube}), (\text{Gibbon, Apfel}), (\text{Gibbon, Banane}), (\text{Gibbon, Weintraube}), (\text{Pavian, Banane}), (\text{Pavian, Kiwi}), (\text{Pavian, Weintraube}), (\text{Schimpanse, Banane}), (\text{Schimpanse, Orange})\}$$

$$I(\text{banane}) = \text{Banane}$$

Übersetzen Sie die nachfolgenden Formeln in natürliche Sprache. Geben Sie an, ob die Formeln in der angegebenen Interpretation  $I$  wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort; es ist keine formale Auswertung erforderlich.

c)  $\forall y (\text{Obst}(y) \supset \exists x (\text{Affe}(x) \wedge \text{Isst}(x, y)))$

d)  $\forall x (\text{Affe}(x) \wedge \exists y (\text{Obst}(y) \supset \text{Isst}(x, y)))$

e)  $\forall x \text{Isst}(x, \text{banane})$

f)  $\exists x (\text{Affe}(x) \wedge \text{Jung}(x) \wedge \text{Isst}(x, \text{banane}))$

**Aufgabe 3 (10 Punkte)** Das Restaurant „Zum endlichen Automaten“ ist auf drei Ebenen angeordnet. Im Keller befindet sich die Küche, im Erd- und Obergeschoß werden die Gäste bewirtet. Zum Transport von Speisen und Geschirr gibt es einen Lastenaufzug. In jedem Stockwerk befinden sich an der Außenseite des Aufzugs vier Knöpfe. Mit dem Rufknopf holt man die Kabine und öffnet die Tür (in einem). Der zweite Knopf schließt die Tür (falls sie offen ist). Die übrigen Knöpfe schließen die Tür ebenso, senden die Kabine aber zusätzlich in eines der anderen Stockwerke. Die Kabine lässt sich nur rufen, wenn ihre Tür geschlossen ist. Kommt die Kabine in einem Stockwerk an, öffnet die Tür automatisch. Die Schließ- und Sendetasten haben nur in jenem Stockwerk eine Wirkung, in dem sich die Kabine befindet.

Beispiel: Der Koch möchte eine fertige Speise in das Obergeschoß senden, die Kabine befindet sich aber mit geschlossener Tür im Erdgeschoß. Er drückt die Ruftaste, die Kabine fährt in den Keller und öffnet die Tür. Der Koch stellt die Speise in den Aufzug und drückt die Taste für das Obergeschoß. Die Kabine fährt zwei Stockwerke höher, die Tür öffnet sich. Der Kellner entnimmt die Speise und stellt im Gegenzug schmutziges Geschirr hinein. Dann schließt er die Kabinentür. Dadurch bleibt die Kabine im Obergeschoß, sie kann aber jederzeit gerufen oder vom Kellner wieder geöffnet werden.

a) Geben Sie an, welche Informationen notwendig sind, um den momentanen Zustand des Aufzugs zu beschreiben. Wieviele Zustände ergeben sich daraus? Wählen Sie geeignete Bezeichnungen für die Zustände und geben Sie die Bedeutung der Zustände an.

b) Welche Aktionen führen zu Zustandsänderungen? Wählen Sie geeignete Bezeichnungen und geben Sie ihre Bedeutung an.

- c) Beschreiben Sie das Verhalten des Lastenaufzugs durch einen endlichen Automaten. Nehmen Sie an, dass sich der Aufzug zu Beginn mit geschlossener Tür im Erdgeschoß befindet. Der Automat soll sich in einem Endzustand befinden, wenn die Tür geschlossen ist und kein Ziel ausgewählt wurde.

*Hinweis:* Da die Aufgabe symmetrisch bzgl. der Stockwerke ist, genügt es, die Übergangsfunktion für ein Stockwerk im Detail auszuführen und für die anderen nur zu skizzieren.

**Aufgabe 4 (10 Punkte)** Die JavaScript Object Notation (JSON) ist ein kompaktes Datenformat in einer einfach lesbaren Textform zur Übertragung und zum Speichern von strukturierten Daten.<sup>1</sup> JSON kennt folgende Arten von Datenwerten.

*Nullwert:* wird durch das Schlüsselwort `null` dargestellt.

*Boolescher Wert:* wird durch die Schlüsselwörter `true` bzw. `false` dargestellt.

*Zahl:* ist eine Folge der Ziffern 0 bis 9. Diese Folge kann durch ein negatives Vorzeichen (-) eingeleitet und einen Dezimalpunkt (.) unterbrochen sein. Die Zahl kann durch die Angabe eines Exponenten ergänzt werden. Dieser beginnt mit dem Buchstaben `e` oder `E`, danach folgt ein Vorzeichen (+ oder -) und eine Folge der Ziffern 0 bis 9.

*Zeichenkette:* beginnt und endet mit doppelten geraden Anführungszeichen ("). Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass Zeichenketten nur Groß- und Kleinbuchstaben, Ziffern und Bindestriche enthalten können.

*Array:* beginnt mit `[` und endet mit `]`. Es enthält eine durch Beistriche getrennte Liste von Werten gleichen oder verschiedenen Typs. Leere Arrays sind zulässig.

*Objekt:* beginnt mit `{` und endet mit `}`. Es enthält eine durch Beistriche getrennte Liste von Eigenschaften. Objekte ohne Eigenschaften (leere Objekte) sind zulässig. Jede Eigenschaft besteht aus einem Schlüssel und einem Wert, getrennt durch einen Doppelpunkt (Schlüssel:Wert). Der Schlüssel ist eine Zeichenkette, der Wert ist einer der hier beschriebenen Werte (kann auch wieder ein Objekt sein).

*Beispiel für ein JSON-Objekt:*

```
{ "Herausgeber": "Xema",
  "Nummer": "1234-5678-9012-3456",
  "Deckung": 2e+6,
  "Waehrung": "EURO",
  "Inhaber":
  { "Name": "Mustermann",
    "Vorname": "Max",
    "maennlich": true,
    "Hobbys": ["Reiten", "Golfen", "Lesen"],
    "Alter": 42,
    "Kinder": [],
    "Partner": null
  }
}
```

Sei  $\mathcal{J}$  die Menge aller Zeichenketten, die ein JSON-Objekt darstellen, wobei wir Leerzeichen und Zeilenumbrüche nicht berücksichtigen.

---

<sup>1</sup>Inspiziert von [https://de.wikipedia.org/wiki/JavaScript\\_Object\\_Notation](https://de.wikipedia.org/wiki/JavaScript_Object_Notation)

- a) Beschreiben Sie die Sprache  $\mathcal{J}$  mit Hilfe einer kontextfreien Grammatik. Verwenden Sie EBNF-Notationen, um die Grammatik übersichtlich zu strukturieren. Verwenden Sie einfache Anführungszeichen zur Kennzeichnung von Terminalsymbolen, da die doppelten Teil der Sprache sind.
- b) Handelt es sich bei  $\mathcal{J}$  um eine reguläre Sprache, d.h., lässt sich diese Sprache im Prinzip auch durch einen (komplizierten) regulären Ausdruck spezifizieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 5 (10 Punkte)** Das Startup Fesla entwickelt die Steuerung für ein selbstfahrendes Auto. Diese ist durch eine aussagenlogische Formel  $F$  mit 100 000 Variablen spezifiziert. Bevor daraus Schaltkreise generiert werden, verifiziert das Team, dass die Steuerung gewisse Sicherheitsbedingungen erfüllt. Eine davon ist, dass die Variablen *Bremsen* und *Beschleunigen* (mit denen die Bremse bzw. das Gaspedal ausgelöst wird) nicht gleichzeitig wahr sein dürfen.

- a) Formulieren Sie die Verifikationsaufgabe als eine logische Aussage, die ausdrückt, dass Steuerungen, die die Spezifikation  $F$  erfüllen, nicht gleichzeitig bremsen und beschleunigen.
- b) Wie kann man zeigen, dass diese logische Aussage zutrifft? Die große Zahl an Variablen legt nahe, einen SAT-Solver zu verwenden.
- c) Welches Verhalten zeigt der SAT-Solver, wenn die Spezifikation  $F$  einen Fehler enthält, sodass die Sicherheitsbedingung nicht immer erfüllt ist?
- d) Die Konkurrenz schläft nicht: Das Team der Firma Dumbo hat eine ähnliche Spezifikation mit nur 10 000 Variablen entwickelt und testet dieselbe Sicherheitsbedingung. Da sie SAT-Solver nicht kennen, überprüfen sie die logische Aussage systematisch für alle Wahrheitsbelegungen. Ihr Supercomputer kann zehn Milliarden ( $10^{10}$ ) Belegungen pro Sekunde testen. Schätzen Sie die erforderliche Laufzeit grob ab.  
Hinweis:  $2^{10} \approx 10^3$ , 1 Jahr  $\approx 3 \cdot 10^7$  Sekunden.